



Coloquio IMAFI

Instituto de Matemática y Física

Universidad de Talca

Camino Lircay S/N, Campus Norte, Talca-Chile

Un problema de sistema lineales de hipersuperficies

Luis José Santana Sánchez ^{*}

Mathematical Sciences, Loughborough University,
Loughborough, United Kingdom

Abstract

Dado que los polinomios constituyen una de las bases fundamentales de la geometría algebraica, existen diversos problemas de este área que se relacionan con la interpolación polinómica. Uno de estos problemas es el siguiente. Tomamos s puntos diferentes, $p_1, \dots, p_s \in \mathbb{P}_{\mathbb{C}}^n$, y definimos

$$\mathcal{L} := \left\{ f \in \mathbb{C}[x_0, \dots, x_n]_d^h \mid \text{mult}_{p_i}(f) \geq m_i \right\}$$

como el espacio vectorial formado por polinomios homogéneos de grado d que interpolan a los s puntos dados con al menos ciertas multiplicidades $m_1, \dots, m_s \in \mathbb{N}$. Geométricamente, esto se interpreta como el espacio de hipersuperficies de grado d que pasan al menos un cierto número de veces por s puntos dados. El problema que estamos interesados en resolver es el de conocer la dimensión de este espacio. A pesar de ser sencillo de enunciar, a día de hoy, este sigue siendo un problema abierto.

Durante la charla presentaremos diversas soluciones parciales al igual que otras conjeturas relacionadas a este problema, asumiendo que los puntos están en posición general. En concreto, nos centraremos en los resultados obtenidos por las matemáticas Brambilla, Dumitrescu y Postinghel en los artículos [1] y [2], donde resuelven el problema cuando el número de puntos está acotado por $s \leq n+2$ y extienden estas ideas para conjeturar una solución cuando $s = n+3$.

^{*}Financiado por Loughborough University

[†]e-mail: ahmed.laghribi@univ-artois.fr

Finalmente, introduciremos una herramienta recientemente desarrollada en geometría algebraica conocida como los *Newton-Okounkov bodies*, siguiendo el artículo [3], y veremos su utilidad potencial a la hora de resolver el problema cuando $s = n + 3$.

References

- [1] M.C. BRAMBILLA, O. DUMITRESCU AND E. POSTINGHEL, *On a notion of speciality of linear systems in \mathbb{P}^n* , Trans. Am. Math. Soc. 367 (2015), 5447-5473.
- [2] M.C. BRAMBILLA, O. DUMITRESCU AND E. POSTINGHEL, *On the effective cone of \mathbb{P}^n blown-up at $n + 3$ points*, Experimental Mathematics, 25(4), pp. 452-465.
- [3] R. LAZARSELD AND M. MUSTAŢĂ, *Convex bodies associated to linear series*, Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. 4^e série, t. 42, (2009), p. 783-835.