LXXXVI Encuentro Anual
Sociedad de Matemática de Chile

PROGRAMA DE LA SESIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS DE SISTEMAS BIOLÓGICOS

Jueves 2 de noviembre

- 15:40-16:10: Gonzalo Robledo Veloso, *Universidad de Chile.* **Stability Analysis of a Mathematical Model of a Chain of Chemostats in Series with Delay.**
- 16:10-16:40: Juan Pablo Gutiérrez, *Universidad Católica del Maule, Chile.* **Interaction between infectious diseases with two susceptibility levels. A mathematical model.**
- 16:40-17:10: Érica Cruz Rivera, *Universidad del Valle, Colombia.* **A qualitative analysis for a harvesting model of small pelagic fish with bounded fishing effort.**

Viernes 3 de noviembre

- 11:10-11:40: Kuo-Shou Chiu, *Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile.* **Global stability of bidirectional associative memory neural networks with piecewise constant arguments.**
- 11:40-12:10: Mónica Acevedo , *Universidad Católica del Maule, Chile.* **Minimización de las pérdidas futuras en una granja de producción animal, afectada por una enfermedad que es controlada por hospitalización impulsiva**
- 12:10-12:40: Ricardo Castro Santis, *Universidad Tecnológica Metropolitana, Chile.* **Un modelo de dinámica poblacional con efecto Allee e inmigración estocástica**

Sábado 4 de noviembre

Primer bloque

- 11:10-11:40: Eduardo González-Olivares, *Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.* **Modelo de depredación del tipo Leslie-Gower con respuesta funcional no-monotónica racional.**
- 11:40-12:10: Karina Vilches-Ponce, *Universidad Católica del Maule, Chile.* **Modelación del comportamiento de rebaño en las presas. Serán adecuadas las respuestas funcionales no diferenciables?**
- 12:10-12:40: Adrián Cecconato, *Universidad Nacional de Cuyo, Argentina.* **Dinámicas en el modelo de depredación de May-Holling-Tanner, considerando interferencia entre los depredadores.**

Segundo bloque

- 14:30-15:10: Victor Saldaña, *Universidad Católica del Maule, Chile.* **Hacia un modelo de competencia para organismos ectotermos y cambio climático.**
- 15:10-15:40: Diego Vicencio, *Universidad Técnica Federico Santa María, Chile.* **Evaluación matemática de costos de estrategias de control para la plaga de castores en la Patagonia.**

Stability Analysis of a Mathematical Model of a Chain of Chemostats in Series with Delay

Gonzalo Robledo *

Abstract

We study the system of nonlinear differential delay equations

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dot{s}_1(t) & = & D[s^0 - s_1(t)] - \mu_1(s_1(t))x_{11}(t), \\ \dot{x}_{11}(t) & = & x_{11}(t)\mu_1(s_1(t-\tau)) - Dx_{11}(t), \\ \dot{s}_2(t) & = & D[s_1(t) - s_2(t)] - \mu_1(s_2(t))x_{12}(t) - \mu_2(s_2(t))x_{22}(t), \\ \dot{x}_{12}(t) & = & x_{12}(t)\mu_1(s_2(t-\tau)) + D[x_{11}(t) - x_{12}(t)], \\ \dot{x}_{22}(t) & = & x_{22}(t)\mu_2(s_2(t-\tau)) - Dx_{22}(t), \end{array}\right. \tag{1}$$

that describes a model of a chain of two chemostats, where one contains two microbial species in competition for a single nutrient and receives an external input of the less advantaged competitor, which is cultivated in an external chemostat. We obtain sufficient conditions ensuring the coexistence of all the species in competition, summarized by upper delay bounds.

References

[1] M. Malisoff and F. Mazenc. *Constructions of Strict Lyapunov Functions*, Communications and Control Engineering Series, Springer-Verlag London Ltd., London, UK, 2009.

[2] F. Mazenc, M. Malisoff, and G. Robledo. "Stability and robustness analysis for a multispecies chemostat model with uncertainties," in Proceedings of the 2017 American Control Conference (Seattle, WA, 24-26 May 2017), pp. 2130-2134.

[3] H. Smith and P. Waltman. *The Theory of the Chemostat. Dynamics of Microbial Competition.* Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1995.

*Departamento de Matemáicas, Universidad de Chile, e-mail: grobledo@uchile.cl

Interaction between infectious diseases with two susceptibility levels. A mathematical model.

J.P. Gutiérrez-Jara - F. Córdova-Lepe - M.T. Muñoz-Quezada *

Abstract

An epidemiological model that considers a population affected by two infectious diseases, both type SIS, is presented. For each disease the individuals can be in two conditions of susceptibility, one of greater degree than the other. The novelty of the model is introduced by assuming that: (a) If an individual becomes infected by one the affections, regarding the other disease, he/she increases his/her susceptibility level. (b) An individual is placed at a lower level of susceptibility, with respect to a disease, when it recovers from it. The work presents a model through a coupled system of ordinary differential equations. The study of the dynamic behavior of the solutions is done through of numerical simulations.

References

[1] B. P. Simmons, M. S. Gelfandand, Herpes simplex virus, Infection Control 7(7) (2015) 380383.

[2] B. Foxman, Urinary tract infection syndromes: Occurrence, recurrence, bacteriology, risk factors, and disease burden, Infect. Dis. Clin. N. Am. 28330(2014) 113.

[3] C. Alveya, Z. Fenga, J. Glasser, A model for the coupled disease dynamicsof hiv and hsv-2 with mixing among and between genders, Mathematical Biosciences 265 (2015) 82100.

[4] I. Dorigatti, A. Pugliese, Analysis of a vaccine model with cross-immunity: When can two competing infectious strains coexist?, Mathematical Biosciences 234 (2011) 3346.

[5] J. Evertsen, D. Baumgardner, A. Regnery, I. Banerjee, Diagnosis and management of pneumonia and bronchitis in outpatient primary care practices, Prim Care Respir J. 19 (2010) 237241.

[6] G. Kudesia, T. Wreghitt, Influenza viruses, In Clinical and Diagnostic Virology Cambridge Clinical Guides (2009) 6972.

*Doctorado en Modelamiento Matemático Aplicado, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule, FONDECYT 11150784 , e-mail: jpgutie23@gmail.com

[7] N. F. Britton, Essential mathematical biology, Springer undergraduate mathematics series, 2003.

[8] N. González Morales, M. Núñez-López, J. Ramos-Castañeda, J. Velasco-Hernández, Transmission dynamics of two dengue serotypes with vac-cination scenarios, Mathematical Biosciences 287 (2017) 5471.

[9] O. Diekmann, H. Heesterbeek, T. Britton, Mathematicals tools for under-standing infectious diseases dynamics, Princeton series in theoretical and computational biology, 2000.

[10] O. Prosper, M. Martcheva, Impact of enhanced malaria control on the competition between plasmodium falciparum and plasmodium vivax in in-dia, Mathematical Biosciences 242 (2013) 3350.

[11] P. Poole, M. Hobbs, Acute bronchitis and acute exacerbations of chronicairways disease, Clinical Infectious Disease Cambridge University Press.(2015) 193198.

[12] P. van den Driessche, J. Watmought, Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission, Mathematical Biosciences 180 (2002) 2948.

[13] T. Principi, A. Coates, P. Parkin, D. Stephens, et al., Lo039: The effectof desaturations on subsequent medical visits in infants discharged from the emergency department with bronchiolitis, CJEM 18(S1) (2016) S43S43.

A qualitative analysis for a harvesting model of small pelagic fish with bounded fishing effort

Erica Cruz *, Héctor Ramírez †, Olga Vasilieva ‡

Abstract

The evolution of fish stock $x(t)$ (biomass) associated with the pelagic fish can be described by

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= F(x(t)) - h(t), \quad t > 0 \\ x(0) &= x_0, \quad x_0 > 0, \end{cases}$$

where F is the biological growth function assumed to be strictly concave and twice differentiable such that $F(0) = F(K) = 0, F(x) > 0$ for all $x \in (0, K)$ ($K \gg 0$ is known as the carrying capacity) and h corresponds to harvesting function which is proposed in form of Cobb-Douglas function with $0 \leq \beta < 1$ given by

$$h(t) = Nu(t)x^{\beta}(t).$$

Here N is the number of fishing units (vessels) and $u(t)$ stands for the fishing effort policy (single input or control variable) that includes labor, capital, maintenance, etc. measured in fixed proportions for each vessel. In this model, we are setting constant marginal productivity of additional fishing effort units, while $0 \leq \beta < 1$ indicates the sensitivity of additional catch yield to marginal changes in the fish stock level.

Pedro Gajardo, Julio Peña and Héctor Ramírez [1] considered a non-linear harvesting function of Cobb-Douglas type $h_1(x, u) = u^{\alpha}x^{\beta}$ with $\alpha + \beta = 1$ where u represents the over-all fishing effort while x stands for the available fishing stock. We point out that this type of nonlinear harvesting function h_1 is used to assure that the marginal catch of pelagic species does not react in linear way to changes in stock level, in contrast with traditional fishery models.

In this work, we follow the main idea of Gajardo *et al* (2011) by considering a non-linear harvesting function with constant marginal productivity of additional fishing units ($\alpha = 1, 0 \leq \beta < 1$). Our principal interest consists in finding an optimal fishing effort leading to stationary solutions under possible occurrence of fishing collapse ($\beta \to 0^+$) and thus to avoid the species extinction.

References

[1] P. Gajardo, J. Peña-Torres, H. Ramírez *Harvesting economic models and catch-to-biomass dependence: the case of small pelagic fish*, Natural Resource Modeling, vol. **24**, (2), (2011), 268-296.

*Posgrado Ciencias-Matemáticas, Universidad del Valle, e-mail: erica.cruz@correounivalle.edu.co
†Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile, e-mail: hramirez@dim.uchile.cl
‡Departamento de Matemáticas, Universidad del Valle, e-mail: olga.vasilieva@correounivalle.edu.co

Global stability of bidirectional associative memory neural networks with piecewise constant arguments

Kuo-Shou Chiu and Fernando Córdova-Lepe *

Abstract

The bidirectional associative memory (BAM) neural networks model, known as an extension of the unidirectional autoassociator of Hopfield [5], was first introduced by Kosko [6, 7]. It is a special class of recurrent neural networks that can store and bipolar vector pairs. The BAM network is composed of neurons arranged in two layers, the X-layer and the Y-layer. The neurons in one layer are fully interconnected to the neurons in the other layer, while there are no interconnect among neurons in the same layer. Through iterations of forward and backward information flows between the two layer, it performs a two-way associative search for stored bipolar vector pairs. As is well known, both in biological and man-made neural networks, the delays arise because of the processing of information. More specifically, in the electronic implementation of analog neural networks, the delays occur in the communication and response of neurons owing to the finite switching speed of amplifiers. Thus, study of neural dynamics with consideration of the delayed problem becomes more important to manufacture high quality neural networks. There exist some results of stability for the delayed BAM, we refer to Refs. [8, 9]. The use of constant fixed delays in models of delayed feedback provides of a good approximation in simple circuits consisting of a small number of cells. Neural networks usually have a spatial extent due to the presence of a multitude of parallel pathways with a variety of axon sizes and lengths. Therefore there will be a distribution of conduction velocities along these pathways and a distribution of propagation be modeled with discrete delays and a more appropriate way is to incorporate continuously distributed delays. To the best of my knowledge, few authors [8, 10] have discussed global stability for the BAM networks with continuously distributed delays.

To the best of our knowledge, neural network with piecewise constant argument has been developed by few authors, for example, [1, 2, 3, 4].

In this talk, a model describing dynamics of bidirectional associative memory (BAM) neural networks with piecewise constant arguments is considered.

Existence and uniqueness of the equilibrium point under more general conditions are also established. Further, we give sufficient criteria of global asymptotic stability (GAS) and uniform stability (US) of an equilibrium point. These criteria can be applied to design globally stable networks and thus have important significance in both theory and applications.

*Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Santiago, Chile. E-mail: kschiu@umce.cl. This research was in part supported by FGI 05-16 DIUMCE.

References

[1] M. U. Akhmet, Nonlinear hybrid continuous/discrete-time models, Atlatntis Press, Paris, 2011.

[2] K.-S. Chiu, M. Pinto and J.-Ch. Jeng. *Existence and global convergence of periodic solutions in recurrent neural network models with a general piecewise alternately advanced and retarded argument*, Acta Appl. Math. 133 (2014), 133–152.

[3] K.-S. Chiu. *Existence and global exponential stability of equilibrium for impulsive cellular neural network models with piecewise alternately advanced and retarded argument*, Abstract and Applied Analysis, vol. 2013, Article ID 196139, 13 pages, 2013. doi:10.1155/2013/196139

[4] K.-S. Chiu. *Exponential stability and periodic solutions of impulsive neural network models with piecewise constant argument*, Acta Applicandae Mathematicae 151 (2017), 199–226.

[5] J. Hopfield. *Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons*, Proc. Natl. Acad. Aci. USA 81 (1984), 3088–3092.

[6] B. Kosko. *Adaptive bidirectional associative memories*, Appl. Opt. 26 (1987), 4947–4960.

[7] B. Kosko. *Bidirectional associative memories*, IEEE Trans. Systems Man Cybernet,. 18 (1988), 49–60.

[8] K. Gopalsamy, X.Z. He. *Delay-independent stability in bidirectional associative memory networks*, IEEE Trans. Neural Networks 5 (1994), 998-1002.

[9] V. Sree Hari Rao, Bh.R.M. Phaneendra, V. Prameela. *dynamics of bidirectional associative memory networks with transmission delays*, Differential Equations Dynam. Systems 4 (1996) 453–471.

[10] V. Sree Hari Rao, Bh.R.M. Phaneendra, V. Prameela. *Global dynamics of bidirectional associative memory neural networks involving transmission delays and dead zones*, Neural Networks 12 (1999), 455–465.

Minimización de las pérdidas futuras en una granja de producción animal, afectada por una enfermedad que es controlada por hospitalización impulsiva

Mónica Acevedo-Letelier*, Karina Vilches-Ponce
y Alejandro Rojas-Palma†

Abstract

En este trabajo nos proponemos estudiar un modelo de hospitalización impulsiva de tipo SIS con el objetivo de optimizar las utilidades futuras en un sistema agrícola ganadero. Una hospitalización impulsiva es entendida como una secuencia de cuarentenas parciales rotativas, donde una fracción de los infectados se aisla para recibir atención especial y tratar la enfermedad. Se fórmula un funcional del valor actual de las pérdidas de utilidades futuras debido a la enfermedad, el cual nos proponemos minimizar.

References

[1] F. Córdova, G. Robledo, M.E. Solis, Pulse hospitalization to control SIS diseases on farms: economics effects, Journal of Biological Systems, Vol. 24, Nos. 2&3, 311-331, 2016.

[2] S. Gao, H. Yuying, L. Chen, An modelo epidemia con impulsos para el control de plagas, Appl Matemáticas Comp 219: 4308 a 4321, 2013.

[3] F. Córdova, G. Robledo, R. Valle, A pulse vaccination strategy at variable times depending on incidence, Journal of Biological Systems, 19(02), 329-344, 2011.

[4] B. Shulgin, L. Stone, Z. Agur , Pulse vaccination strategy in the SIR epidemic model, Bulletin of mathematical biology, 60(6), 1123-1148, 1998.

[5] A. A. Dijkhuizen, R. B. M Huirne, A. W. Jalvingh, Economic analysis of animal diseases and their control, Preventive Veterinary Medicine, 25(2), 135-149, 1995.

*Doctorado en Modelamiento Matemático Aplicado, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule, monica.acevedo@alu.ucm.cl.
†Departamento de Matemática, Física y Estadística, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule, kvilches@ucm.cl, amrojas@ucm.cl.

Un Modelo de Dinámica Poblacional con Efecto Allee e Inmigración Estocástica

Gustavo Ossando Araya & Ricardo Castro Santis *

Abstract

En el modelo presentado, se considera una población cuya dinámica presenta efecto Allee fuerte, es decir la población tiende a desapaecer si el número de individuos desiende de una cantidad límita, pero al mismo tiempo la población recibe una contínua inmigración. Se considerará que la tasa de migración es una variable aleatoria dependiente del tamaño poblacional de forma tal que no supere la cpacidad disponible en el medio, es términos matemáticos se puede escribir:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} &= rx\left(1 - \dfrac{x}{K}\right)(x - A) + \xi_x \\ x(0) &= x_0 \end{cases}$$

donde r, K y A son parámetros del modelo y x_0 es la población inicial.

La función ξ_x es un variable aleatoria con rango en el intervalo $\left[0, \dfrac{\alpha}{K}(K - x)\right]$, con $0 \le x \le K$. El parámetro α, en tal sentido, representa la tasa máxima de inmigración.

References

[1] Petrovskii, S., & Li, B. L. (2003). An exactly solvable model of population dynamics with density-dependent migrations and the Allee effect. Mathematical biosciences, 186(1), 79-91.

[2] Menndez, R., Gutirrez, D., & Thomas, C. D. (2002). Migration and Allee effects in the sixspot burnet moth Zygaena filipendulae. Ecological Entomology, 27(3), 317-325.

[3] Ackleh, A. S., Allen, L. J., & Carter, J. (2007). Establishing a beachhead: a stochastic population model with an Allee effect applied to species invasion. Theoretical Population Biology, 71(3), 290-300.

*Departamento de Matemática, Universidad Tecnológica Metropolitana, e-mail: `rcastro@utem.cl`

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile

Modelo de depredación del tipo Leslie-Gower con respuesta funcional no-monotónica racional

Paulo Cesar Tintinago-Ruiz, Lina Maria Gallego-Berrío,
Eduardo González-Olivares *

Abstract

En este trabajo se estudia un modelo de depredación tiempo continuo de tipo Leslie-Gower [5, 8, 13], considerando que:

i) la respuesta funcional es no-monotónica o Holling tipo IV [12], y

ii) los depredadores disponen de un alimento alternativo.

Estos modelos no se ajustan al esquema del modelo propuesto por Vito Volterra en 1925 [13]; se caracterizan porque la tasa de crecimiento de los depredadores es del tipo logístico, donde la capacidad de soporte del medio ambiente (environmental carrying capacity) Ky es una función de la cantidad de presas x [7], esto es, dependiente de los recursos disponibles [13].

Usualmente se asume que $Ky = K(x) = nx$, es decir es proporcional a la abundancia de presas [7], tal como es considerada en el modelo de May-Holling-Tanner [1, 11].

La respuesta funcional del depredador es asumida como una función no-monotónica respecto a la densidad de presas [4, 14, 16], considerando que existe un tipo de comportamiento antidepredadorio (APB), llamado formación de *grupos de defensa* [4, 12, 15]. Este término se referiere a la disminución de la depredación debido a la habilidad de las presas para defenderse mejor cuando su aumenta su tamaño poblacional [6, 9, 10].

El modelo de depredación que analizamos es descrito por el sistema bidimensional de ecuaciones diferenciales no lineales autónomo del tipo Kolmogorov [3]

$$X_\eta : \begin{cases} \frac{dx}{dt} &= \left(r\left(1-\frac{x}{K}\right) - \frac{qxy}{x^2+bx+a}\right)x \\ \frac{dy}{dt} &= s\left(1-\frac{y}{nx+c}\right)y \end{cases} \tag{1}$$

donde $x = x(t)$ e $y = y(t)$ representan los tamaños poblacionales de presas y depredadores, respectivamente para $t \geq 0$, medidos en cantidad de individuos, densidad por unidad de área o volumen o biomasa; los parámetros son todos positivos, i.e., $\eta = (r, K, q, a, b, s, n, c) \in R_+^8$ y tienen diferentes significados ecoliógicos.

El sistema (1) o campo de vectores X_η está definido en:

$$\Omega = \left\{(x, y) \in R^2 / x \geq 0, y \geq 0\right\} = R_0^+ \times R_0^+$$

*Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Depto. de Matemáticas, Universidad del Quindío, Armenia, Quindío, Colombia.
e-mail: `tinti27@gmail.com, linag@uniquindio.edu.co, ejgonzal@ucv.cl`

Los puntos de equilibrio del campo X_μ son $(0,0)$, $(K,0)$ y aquellos que satisfacen las ecuaciones de las isoclinas $y = nx + c$ e $y = \frac{r}{q}\left(1 - \frac{x}{K}\right)\left(x^2 + bx + a\right)$, es decir, las absisas de los puntos de equilibrio positivos satisfacen la ecuación:

$$p(u) = rx^3 - r(K-b)x^2 + (ar - Kbr + Knq)x - K(ar - cq) = 0$$

la cual puede tener hasta 3 raices reales positivas, i.e., el sistema puede tener hasta 3 singularidades positivas.

Obtenemos condiciones en el espacio de parámetros para la existencia y naturaleza de estos puntos de equilibrio. Determinamos la existencia de una región de invarianza y probamos que las soluciones son acotadas; asi mismo demostramos la existencia de al menos un ciclo limite y de una curva separatriz Σ [2], que divide el comportamiento de las trayectorias en el plano de fase.

References

[1] D. K. Arrowsmith and C. M. Place, *Dynamical System. Differential equations, maps and chatic behaviour,* Chapman and Hall, 1992.

[2] C. Chicone, *Ordinary differential equations with applications,* Texts in Applied Mathematics 34, Springer, 1999.

[3] H. I. Freedman, *Deterministic Mathematical Model in Population Ecology,* Marcel Dekker, New York,1980.

[4] H. I. Freedman and G. S. K. Wolkowicz, Predator-prey systems with group defence: The paradox of enrichment revisted. Bulletin of Mathematical Biology Vol 8 No. 5/6, pp 493-508, 1986.

[5] E. González-Olivares, P. Tintinago-Ruiz and A. Rojas Palma, A Leslie-Gower type predator-prey model with sigmoid functional response, International Journal of Computer Mathematics 93(9) (2015) 1895-1909.

[6] E. González-Olivares, B. González-Yañez, J. Mena-Lorca and J. D. Flores, Uniqueness of limit cycles and multiple attractors in a Gause-type predator-prey model with nonmonotonic functional response and Allee effect on prey, Mathematical Biosciences and Engineering 10 (2013) 345-367.

[7] P. H. Leslie and J. C. Gower, The properties of a stochastic model for the predator-prey type of interaction between two species, Biometrica 47 (1960) 219-234.

[8] R. M. May, Stability and complexity in model ecosystems (2nd edition), Princeton University Press (2001).

[9] A. Rojas-Palma and E. González-Olivares, Gause type predator-prey models with a generalized rational non-monotonic functional response, In J. Vigo-Aguiar (Ed.) *Proceedings of the 14th International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering, CMMSE 2014* Volume 4 (2014) 1092-1103.

[10] S. Ruan and D. Xiao, Global analysis in a predator-prey system with nonmonotonic functional response, SIAM Journal of Applied Mathematics, Vol. 61, No 4 pp. 1445-1472, 2001.

[11] E. Sáez and E. González-Olivares. Dynamics on a Predator-prey Model. SIAM Journal of Applied Mathematics, Vol. 59 (1999) 1867-1878.

[12] R. J. Taylor, Predation, Chapman and Hall, 1984.

[13] P. Turchin, *Complex populations dynamics: A theoretical/empirical synthesis*, Princeton University Press, 2003.

[14] G. S. W. Wolkowicz, Bifurcation analysis of a predator-prey system involving group defense, SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 48 No. 3 pp. 592-606,1988.

[15] D. Xiao and S. Ruan, Bifurcations in a predator-prey system with group defense, International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 11, No. 8, pp. 2123-2131, 2001.

[16] H. Zhu, S.A. Campbell and G. S. K. Wolkowicz. Bifurcation analysis of a predator-prey system with nonmonotonic functional response. SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 63, No. 2, pp. 636-682, 2002...

Modelación del comportamiento de rebaño en las presas. Son adecuadas las respuestas funcionales no-diferenciables?

K.Vilches-Ponce, A.Rojas-Palma *& E.González-Olivares †

Abstract

Desde hace pocos años, se introduce una respuesta funcional definida por la función $h(x) = \frac{qx^\alpha}{x^\alpha+b}$, con $0 < \alpha < 1$, donde $x = x(t)$ utilizada para modelas una conducta antidepredadoria (APB) usada por algunas especies de presas para evitar la depredación, la cual se denomina comportamiento de rebaño (prey herd behavior).

En particular, la más empleada ha sido la llamada respuesta funcional raíz cuadrada (root square functional response) [1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10], que es una función no-diferenciable para $x = 0$. Es importante señalar, que este término fue acuñado por primera vez en Ciencias Económicas en [2] con el objetivo de describir un comportamiento de masas, en el cual las personas toman sus decisiones siguiendo lo que otros están realizando en lugar de usar su propia información.

Esta presentación, se enfoca, principalmente, en el análisis de los efectos de una respuesta funcional racional y no-diferenciable [7] sobre los modelos de depredación del tipo Gause, discutiendo la buena definición (well-posed) de los sistemas de ecuaciones diferenciales que modelan este tipo de interacciones en la ecología matemática.

References

[1] V. Ajraldi, M. Pittavino and E. Venturino, Modeling herd behavior in population systems, Nonlinear Analysis: RealWorld Applications 12 (2011) 2319-2338.

[2] A. V. Banerjee, A simple model of herd behavior, The Quarterly Journal of Economics 107(3) (1992) 797-817.

[3] M. Banerjee, B.W. Kooi and E. Venturino, An ecoepidemic model with prey herd behavior and predator feeding saturation response on both healthy and diseased prey, Mathematical Modelling of Natural Phenomena 12(2) (2017) 133-167.

[4] S. P. Bera, A. Maiti, G. P. Samanta, Modelling herd behavior of prey: Analysis of a prey-predator model, World Journal of Modelling and Simulation 11 (2015) 3-14.

*Departamento de Matemática Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, e-mail: kvilches@ucm.cl; amrojas@ucm.cl

†Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, e-mail: ejgonzal@ucv.cl

[5] P. A. Braza, Predator-prey dynamics with square root functional responses, Nonlinear Analysis: Real World Applications 13 (2012) 1837-1843.

[6] L. Chen and F. Chen, Dynamical analysis of a predator-prey model with square root functional response, Journal of Nonlinear Functional Analysis 2015 (2015) Article ID 8, 12 pp.

[7] E. Gonzlez-Olivares, K. Vilches-Ponce and A. Rojas-Palma, Modelling the prey herd behavior. Is the square root functional response adequate?, submitted to Mathematical Modelling of Natural Phenomena (2017).

[8] B. W. Kooi and E. Venturino, Ecoepidemic predator-prey model with feeding satiation, prey herd behavior and abandoned infected prey, Mathematical Biosciences 274 (2016) 58-76.

[9] X. Tang, Y. Song and T. Zhang, Turing-Hopf bifurcation analysis of a predator-prey model with herd behavior and cross-diffusion, Nonlinear Dynamics 86 (2016) 73-89.

[10] E. Venturino, Ecoepidemiology: a more comprehensive view of population interactions, Mathematical Modelling in Natural Phenomena. 11(1) (2016) 49-90.

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile

Dinámicas en el modelo de depredación de May-Holling-Tanner, considerando interferencia entre los depredadores

Adrián Cecconato y Eduardo González Olivares

Abstract

En este trabajo se ha estudiado un modelo de depredación del tipo Leslie-Gower [1] [3] [4], con respuesta funcional hiperbólica de los depredadores (un caso especial de las del tipo Holling II)[7]; considerando la interferencia entre los depredadores al realizar la captura de las presas [2] [5]. El modelo de May-Holling-Tanner [6] es descrito por el siguiente sistema bidimensional de ecuaciones diferenciales ordinarias autónomas de tipo Kolmogorov [2]:

$$X_\mu : \begin{cases} \frac{dx}{dt} &= r\left(1-\frac{x}{K}\right)x - \frac{qx}{x+a}y^p \\ \frac{dy}{dt} &= s\left(1-\frac{y}{nx}\right)y \end{cases}$$

Donde $x = x(t)$ e $y = y(t)$ son los tamaños poblacionales de las presas y los depredadores respectivamente para $t \geq 0$ (medidos en cantidad de individuos, biomasa o densidad por unidad de área o volumen); los parámetros, con distintos significados ecológicos, son todos positivos con $\mu = (r, K, q, a, s, n, p) \in R_+^6 \times (0, 1)$. En particular, la interferencia entre los depredadores es descrita por el parámetro p.

Entre los principales resultados obtenidos, se ha probado la existencia de una región de invarianza y se ha demostradado que todas las soluciones son acotadas. Posteriormente se ha efectuado el estudio cualitativo de algunos de los puntos de equilibrio del sistema, probando que $(1, 0)$ y $(0, 0)$ son equilibrios no hiperbólicos, cuya clasificación depende del valor de los parámetros que miden la interferencia entre depredadores y de las tasas de crecimiento de la presa y de mortalidad del depredador.

Se ha probado la existencia de al menos una singularidad en el interior del primer cuadrante, y en el estudio de un caso particular, se ha mostrado la ocurrencia de bifurcaciones de Hopf y bifurcaciones silla-nodo. También se ha mostrado a través de simulaciones, valores de los parámetros para los cuales el sistema tiene un ciclo límite; dos ciclos límites, y la no existencia de ciclos límites. Las simulaciones han permitido identificar subconjuntos de parámetros que permiten describir la mayoría de las dinámicas que exhibe el caso particular estudiado.

References

[1] Aguirre,P; González Olivares, E and Sáez, E. 2009 Three limit cycles in a Leslie-Gower predator prey model with additive Allee effect. SIAM Journal on Applied Mathematics. 69(5) 1244-1269.

[2] Freedman, H. I. 1980. Deterministic mathematical model in population ecology. Nueva York. Marcel Dekker.

[3] González-Olivares, E., Mena-Lorca, J., Rojas-Palma, A and Flores, J. D. 2011. Dynamical complexities in the Leslie-Gower predator-prey model as consequences of the Allee effect on prey. Applied Mathematical Modelling 35 366-381.

[4] González-Yañez, B., González-Olivares, E. and Mena-Lorca, J. 2006. Multistability on a Leslie-Gower type predator-prey model with non-monotonic functional response. BIOMAT. International Symposium on Mathematical and Computational Biology R. Mondaini and R. Dilao (Eds). 359-384.

[5] Liu, J. 2013. Qualitative analysis of a Holling-Tanner predator-prey model with mutual interference. Applied Mathematics and Computation. 219 5283-5289.

[6] Sáez, E and González-Olivares, E. 1999. Dynamics on a predator-prey model. SIAM Journal of Applied Mathematics 59(5). 1867-1878.

[7] Turchin, P. 1957. Complex population dynamics. A theoretical/empirical synthesis. New Jersey. Monographs in Population Biology 35

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile

Hacia un modelo de competencia para organismos ectotermos y cambio climático

Víctor Saldaña Núñez *

Abstract

Consideramos un modelo de interacción competitiva de dos especies tipo Lotka-Volterra, en el cual los coeficientes de competencia de ambas poblaciones (en este caso) son funciones periódicas a pedazos (curvas de rendimiento), con la idea de incorporar variabilidad tanto en la expresión temporal como en intensidad en ellos. La hipótesis es que esta variabilidad puede romper el comportamiento asintótico que el principio de exclusión competitiva predetermina, enriqueciendo las posibilidades dinámicas.

El escenario a considerar es que la interacción se de entre organismos ectotermos. Se pretende considerar en el sistema variabilidad en temperatura (bajo la hipótesis de cambio climático) a través de la incorporación de ambas curvas de rendimiento (fitness versus temperatura). Lo mencionado anteriormente se puede ver en tres escenarios: (a) Cambio en la media de temperatura y desviación nula. (b) Temperatura constante y desviación no nula. (c) Variación en temperatura y desviación.

También cabe mencionar que se realizarán simulaciones en el programa R inicialmente, para posteriormente realizar un análisis de los escenarios presentados en estas.

References

[1] Raymond B. Huey et al., *Predicting organismal vulnerability to climate warming: roles of behaviour, physiology and adaptation*, Philosophical transactions of the royal society, 2012.

[2] Sergio A. Estay, Mauricio Lima and Francisco Bozinovic, *The role of temperature variability on insect performance and population dynamics in a warming world*, Forum, 2013.

*Universidad Católica del Maule, e-mail: `saldananunezvictor@gmail.com`

Evaluación matemática de costos de estrategias de control para la plaga de castores en la Patagonia

Diego Vicencio M. *

Abstract

En 1947, la especie no nativa de castor Norteamericano fue introducida en la Patagonia Argentina, con el objetivo de crear una industria de peletería. Desde entonces, la población de castores se ha esparcido y crecido a un ritmo acelerado, resultando esto en un enorme desafío para el control de su población en Tierra del Fuego, cubriendo regiones tanto en Chile y Argentina. Razones principales para su rápido esparcimiento en parte incluyen buenas condiciones ecológicas y falta de depredadores naturales, causando así un enorme daño ecológico en la región. Este trabajo usa datos de Tierra del Fuego en tasas de crecimiento y dispersión de la población de castores, y tipos de control disponibles, diseñando modelos dinámicos de crecimiento y dispersión de la población. Estos modelos, son a su vez utilizados para el diseño de modelos de políticas de control que incluyen captura y cacería. Costos monetarios para la implementación de estos controles son considerados en orden de optimizar el costo y desarrollo de políticas de reducción de población de largo alcance.

References

[1] Mahadev G. Bhat, Ray G. Huffaker, Suzanne M. Lenhart *Controlling Forest Damage by Dispersive Beaver Populations: Centralized Optimal Management Strategy* Ecological Applications, 3(3), 518-530 1993

[2] Claudia Silva *El Castor americano, especie exótica invasora en la Patagonia.* La Chiricoca 15, 12-17 2012.

[3] Oscar Skewes, Fernando Gonzalez, Rodrigo Olave, Alberto Ávila, Víctor Vargas, Peter Paulsen, Horst Erich Knig *Abundance and distribution of American beaver, Castor canadensis (Kuhl 1820), in Tierra del Fuego and Navarino islands, Chile* European Journal of Wildlife Research, 52 (4), 292296 2006.

[4] Aracely Soto Simeone, Sergio Soza-Amigo *Valoración económica del bosque nativo afectado por la introducción del castor americano en Tierra del Fuego* BOSQUE 35(2) 229-234, 2014.

*Departamento de Matemáticas, Universidad Técnica Federico Santa María , e-mail: vicenciodiego@gmail.com

[5] Petra K. Wallem, Clive G. Jones, Pablo A. Marquet, Fabin M. Jaksic *Identificación de los mecanismos subyacentes a la invasión de Castor canadensis (Rodentia) en el archipiélago de Tierra del Fuego, Chile*. Revista Chilena de Historia Natural 80, 309-325 2007.