Cronograma

Sesión de Geometría Algebraica y Aritmética

Día	**Hora**	**Sala**	**Expositor**	**Titulo de la Charla**
Jueves	17:40-18:10		Antonio Laface	On deformations of toric varieties
	18:10-18:40	Norte	Gabriele Ranieri	Sobre la definibilidad de $\mathbb{Z}$ y el número de Julia Robinson
	18:40-19:10	Norte	Roberto Díaz	Grupos de automorfismo de variedades tóricas afines no normales
Viernes	15:40-16:10	Norte	Giancarlo Úrzua	Distribución de K^2 para superficies estables
	16:10-16:40	Norte	Sergio Troncoso	Geometry of Hilbert and Quot schemes of points on smooth surfaces
	16:40-17:10	Norte	Ricardo Menares	Equidistribution of p-adic Hecke orbits on the modular curve
Sabado	11:10-11:40	Norte	Andrea Tironi	On some Hermitian hypersurfaces defined over a finite field
	11:40-12:10	Norte	David Grimm	Propiedades hereditarias de sumas de cuadrados en extensiones de cuerpos
	12:10-12:40	Norte	Florence Gillibert	Local Global divisibility problem over GL_2-type Abelian Varieties

On deformations of toric varieties

Antonio Laface *

Abstract

Let n be a positive integer and let $T := (\mathbf{C}^*)^n$. A T-variety is a normal algebraic variety equipped with an effective action $T \times X \to X$. The complexity of X is $\dim X - \dim T$. Complexity zero T-varieties are called toric varieties. They can be described by means of the language of divisorial fans [2, 3] or via their Cox rings [1]. A one parameter deformation of a toric variety X is a flat family $\mathcal{X} \to \mathbf{A}^1$ whose central fiber is isomorphic to X. In this talk I will recall two approaches to deformations of toric varieties, via divisorial fans [4] and via Cox rings [6] and will compare them [5].

This is joint work with M. Melo [5].

References

[1] I. Arzhantsev, U. Derenthal, J. Hausen, and A. Laface, Cox rings, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol. 144, Cambridge University Press, Cambridge, 2015.

[2] K. Altmann and J. Hausen, Polyhedral divisors and algebraic torus actions, Math. Ann. 334 (2006), no. 3, 557–607.

[3] K. Altmann, J. Hausen, and H. Süss, Gluing affine torus actions via divisorial fans, Transform. Groups 13 (2008), no. 2, 215–242.

[4] N. O. Ilten and R. Vollmert, Deformations of rational T-varieties, J. Algebraic Geom. 21 (2012), no. 3, 531–562.

[5] A. Laface and M. Melo, On deformations of toric varieties, arXiv:1610.03455.

[6] A. Mavlyutov, Deformations of toric varieties via Minkowski sum decompositions of polyhedral complexes, arXiv:0902.0967.

*Departamento de Matemática, Universidad de Concepción, e-mail: antonio.laface@gmail.com . This work has been partially supported by Proyecto Fondecyt Regular N. 1150732 and Anillo ACT 1415 PIA Conicyt.

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile
Sesión de Geometría Algebraica y Aritmética

Sobre la definibilidad de $\mathbb{Z}$ y el número de Julia Robinson

Pierre Gillibert * Gabriele Ranieri †

Abstract

En el famoso congreso de 1900, Hilbert propuso una lista de veintitrés problemas en todas las ramas de la matemática. El décimo problema que Hilbert enunció es: dada una ecuación polinomial con cualquier número de incógnitas y con coeficientes enteros, idear un proceso de acuerdo con el cual pueda determinarse, en un número finito de operaciones, si la ecuación es resoluble en números enteros. Una respuesta negativa a este problema fue encontrada por Matiasevich en 1970. De manera natural, es posible formular la misma pregunta reemplazando el anillo de los enteros $\mathbb{Z}$ por cualquier otro anillo conmutativo. En los 70s, Julia Robinson asoció a todo anillo R de enteros algebraicos de una extensión totalmente real de $\mathbb{Q}$ (no necesariamente finita) un número real JR (que puede ser $+\infty$), en función del cual es posible en algunos casos de dar una respuesta al décimo problema de Hilbert sobre R. Robinson demostró que el JR de todo anillo de enteros algebraicos de una extensión finita es $+\infty$, que el JR del anillo de todos los enteros algebraicos totalmente reales es 4 y que JR es siempre al menos 4. Además, preguntó si existen anillos de enteros algebraicos con JR distinto de 4 y $+\infty$. En un trabajo en colaboración con Pierre Gillibert (Universidad de Viena), hemos encontrado una infinidad de anillos de enteros algebraicos con números JR todos distintos de 4 y $+\infty$. Vamos a explicitar la construcción de estos anillos y explicar como, utilizando algunos resultados de teoría analítica de números, calcular exactamente sus números de Julia Robinson.

*Partially supported by FONDECYT 1150595, e-mail: `pierre.gillibert@tuwien.ac.at`
†Partially supported by FONDECYT 1140946, e-mail: `gabriele.ranieri@pucv.cl`

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile
Sesión de Geometría Algebraica y Aritmética

Grupos de automorfismo de variedades tóricas afines no normales

Roberto Carlos Díaz Vivanco *

Resumen

Un antiguo problema de Felix Klein, conocido como Programa de Erlangen, plantea la posibilidad de determinar un objeto geométrico a través de su grupo de simetrías. Podemos considerar como objeto geométrico una variedad algebraica X y como grupo de simetrías el grupo de automorfismos $\mathrm{Aut}(X)$. Liendo, Regeta y Utrech [3] en un paper en preparación responden la pregunta: si X es una variedad tórica afín e Y es cualquier variedad afín normal tal que $\mathrm{Aut}(X) \simeq \mathrm{Aut}(Y)$ ¿son X e Y isomorfos como variedad algebraica? concluyen que la repuesta es positiva para variedades tóricas distintas del toro algebraico y negativa para el toro algebraico.

En este trabajo en curso extendemos estos resultados al caso de variedades tóricas no necesariamente normales. En particular, en esta charla presentamos una generalización de la noción del conjunto de raíces $\mathcal{R}(S)$ del semigrupo $S = \sigma_M^\vee$ asociado a un cono racional poliedral σ asociado a una variedad tórica afín [2], al caso de un semigrupo afín S asociado a una variedad tórica afín no necesariamente normal.

Además establecemos un criterio para decidir si el conjunto de raíces de una variedad tórica afín no necesariamente normal coincide con el conjunto de raíces de su normalización. Como corolario obtenemos que la única superficies tóricas que está únicamente determinada por su conjunto de raíces es el espacio afín, ver también [1].

Referencias

[1] Kraft, H. Regeta, A. Santen, I. (2017) *Is the affine space determined by its automorphism group?.* arXiv:1707.06883v2 [math.AG]

[2] Liendo, A. (2011) *Affine T-varieties of complexity one and locallynilpotent derivations.* arXiv:0812.0802v1 [math.AG]

[3] Liendo, A. Utreh, C. Regeta, A. (En preparación) *Characterization of affine toric varieties by its automorphism group*

*Instituto de matemática y física, Universidad de Talca , e-mail: `proferobertomat@gmail.com`

Distribución de K^2 para superficies estables

Giancarlo Urzúa *

Abstract

Alexeev demostró en [1] (mirar también [2]) que el conjunto de los K^2 de superficies estables tiene un mínimo, y que toda sucesión monotona es creciente. Desde entonces que no se sabe mucho sobre este conjunto de números racionales. Por ejemplo, ¿Cuál es el mínimo? ¿Cuáles son sus puntos de acumulación? ¿Tenemos un máximo cuando fijamos p_g?

Mostraré algunos resultados en conjunto con José Ignacio Yáñez (Universidad de Utah).

References

[1] V. Alexeev. Boundedness and K^2 for log surfaces, *Internat. J. Math.* **5**, no. 6(1994), 779–810.

[2] V. Alexeev, S. Mori. Bounding singular surfaces of general type. *Algebra, arithmetic and geometry with applications (West Lafayette, IN, 2000)*, 143–174, Springer, Berlin, 2004.

*Partially supported by FONDECYT 1150068, e-mail: urzua@mat.uc.cl

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile
Sesión de Geometría Algebraica y Aritmética

Geometry of Hilbert and Quot schemes of points on smooth surfaces

Troncoso. S * Mehrotra S. †

Abstract

In this talk we present a series of known results about the study of both geometric and topological properties for the punctual Hilbert schemes and punctual Quot schemes. Furthermore, in the case of the punctual Quot schemes we improve some results given by G. Ellingsrud and M. Lenh [1] about smoothness, irreducibility and dimension of this kind of spaces. Following the techniques presented [2] by G.Ellingsrud and S. Stromme, we derive a new formula to compute the Euler characteristic for some Quot schemes.

References

[1] Ellingsrud, Geir and Lehn, Manfred. Irreducibility of the punctual quotient scheme of a surface, *Arkiv för Matematik* **37** No. 2 (1999), pp245–pp254.

[2] Ellingsrud, Geir and Strømme, Stein Arild. On the homology of the Hilbert scheme of points in the plane, *Inventiones mathematicae* **87** No. 2 (1987), pp343–pp352.

*Partially supported by FONDECYT 1150068, e-mail: `stroncoso1@mat.uc.cl`
†e-mail: `sukhendum@gmail.com`

Equidistribution of p-adic Hecke orbits on the modular curve

Sebastián Herrero   Ricardo Menares *   Juan Rivera-Letelier

Abstract

It is well known that the orbits of Hecke correspondences on the modular curve are equidistributed with respect to the hyperbolic measure. Also, by work of Duke and Clozel-Ullmo, it is known that galois orbits of CM points enjoy the same equidistribution property. Recently, Habegger has used this principle to show that the set of singular moduli that are algebraic units is finite. In this talk we will present a p-adic analogue of the aforementioned equidistribution property of Hecke correspondences, as well as some partial analogues of the equidistribution of CM points. If time allows it, we will also explain how to inject these results into Habegger's strategy in order to prove that, for certain finite sets S of primes, the set of singular moduli which are S-units is finite.

This is joint work with Sebastin Herrero (Chalmers U. of Technology) and Juan Rivera-Letelier (Rochester U.).

*Partially supported by FONDECYT 1171329, e-mail: pelaus@gmail.com

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile
Sesión de Geometría Algebraica y Aritmética

On some Hermitian hypersurfaces defined over a finite field

Andrea Luigi Tironi *

Abstract

Let $X \subset \mathbb{P}^{n+1}$ be a hypersurface of degree $d \geq 2$ and dimension $n \geq 2$ defined over a finite field $\mathbb{F}_q$ with q elements. Denote by $N_q(X)$ the number of $\mathbb{F}_q$-points of X and suppose that X has no $\mathbb{F}_q$-linear components. Then it is known that

$$N_q(X) \leq \Theta_n^{d,q} := (d-1)q^n + dq^{n-1} + q^{n-2} + \cdots + q + 1 \ .$$

In this talk, we show that if $d = \sqrt{q} + 1$ and $N_q(X) = \Theta_n^{\sqrt{q}+1,q}$, then X is projectively equivalent to a cone over a nonsingular Hermitian surface in $\mathbb{P}^3$.

References

[1] Andrea L. Tironi, Hypersurfaces achieving the Homma-Kim bound, *Finite Fields Appl.* **48** (2017), 103–116.

*Partially supported by Proyecto Anillo ACT 1415 PIA CONICYT and Proyecto VRID N. 214.013.039-1.OIN; e-mail: `atironi@udec.cl`

Propiedades hereditarias de sumas de cuadrados en extensiones de cuerpos

David Grimm * David Leep †

Abstract

Anotando por $p(K)$ el minimo número necesario para representar cualquier elemento totalmente positivo en K como una suma de $p(K)$ cuadrados, se puede preguntar si hay relaciones generales entre $p(K)$ y $p(E)$ para una extensión de cuerpos E/K de un cierto grado (algebráico o trascendental). Muy poco es conocido en este contexto, por ejemplo ni siguiera es conocido si $p(K) = 1$ implica que $p(K(t)) < \infty$.
Por otro lado se sabe que si $p(K(t)) = 2$ entonces necesariamente $p(K) = 1$ (y además $p(L) = 1$ para cualquier extensión finita real L/K). Conjeturamos que lo mísmo vale cuando $p(E) = 2$ para una extensión finita $E/K(t)$ en lugar de $K(t)$.

En la charla voy a presentar como esta "conjetura" se relaciona con la existencia de ciertos puntos no reales en la curva sobre K con cuerpo de funciones isomorfo a E. En particular voy a presentar las tres diferentes ideas de como mostrar la existencia de tal tipos de puntos en los siguientes casos: Cónicas [2], curvas con puntos de grado impar [1], o curvas de tipo Fermat [2]. Además voy a presentar un método [3] para curvas generales pero bajo la hipótesis más fuerte que no solamente $p(E) = 2$, pero también $p(E') = 2$ para todas extensiones finitas E'/E.

References

[1] K.J. Becher and Jan Van Geel. Sums of squares in function fields of hyperelliptic curves. *Mathematische Zeitschrift* **261** No. 4 (2009), 829–844.

[2] D. Grimm. Splitting fields of conics and sums of squares of rational functions.. *Manuscripta Matemática* **141** Issue 3-4 (2013), 727–736.

[3] David Grimm and David Leep. Sums quares and quadratic forms over function fields of conics (titulo preliminario). *preprint in preparation*

*Partially supported by FONDECYT 11150956, e-mail: david.grimm@usach.cl
†e-mail: leep@uky.edu

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile
Sesión de Geometría Algebraica y Aritmética

Local Global divisibility problem over GL_2-type Abelian Varieties

Florence Gillibert * Gabriele Ranieri †

Abstract

We are interested in a problem called the Local Global divisibility problem over Abelian Varieties. Let k be a number field and let A/k be an abelian variety of dimension d.

Problem. Let P be in $A(k)$ and let q be a positive integer. Suppose that for all but finitely many places v of k, there exists $D_v \in A(k_v)$ such that $P = qD_v$. Does there exist $D \in A(k)$ such that $P = qD$?

Dvornicich and Zannier gave a cohomological interpretation based on the Galois representations over torsion points. Using this interpretation, Paladino, Ranieri and Viada gave a criterion for the Local-global divisibility problem in the particular case of Elliptic Curves. But in higher dimension, the size of the representation makes the problem technically more difficult. For this reason we studied the special case of GL_2-type varieties. An abelian variety A/k is of GL_2-type if there exists a number field $E/\mathbb{Q}$ of degree equal to d, such that an order R of E embeds in the endomorphism ring of A. This allows us to associate a p-adic Galois representation with values in $\mathrm{GL}_2(R \otimes \mathbb{Z}_p)$, in the place of $\mathrm{GL}_{2d}(\mathbb{Z}_p)$. In a recent work with Gabriele Ranieri, we generalize the previous criterion known for Elliptic Curves in the case of GL_2-type abelian varieties. In our talk we explain this last result.

*Partially supported by FONDECYT iniciación 11130409, e-mail: florence.gillibert@pucv.cl
†Partially supported by FONDECYT regular 1140946, e-mail: gabriele.ranieri@pucv.cl