Programa de la sesión de Acciones de Grupos

Jueves 2 de Noviembre

- 17:40 -18:25. Nancy Guelman, Universidad de República, Uruguay.
  Elementos reversibles en Transformaciones de Intercambio de Intervalos.
- 18:25-19:10. Maxime Wolff, Université de Paris VI, Francia.
  Rigidez y geometricidad de acciones de grupos de superficies sobre el círculo.

Viernes 3 de Noviembre

- 15:40-16:10.Hugo Maturana, Universidad de Chile.
  Aperiodic $\mathbb{F}_k$-Wang tilings with minimal alphabet size.
- 16:10-16:40. Álvaro Bustos, Universidad de Chile.
  Projective subdynamics of SFT's over virtually-$\mathbb{Z}$ groups.
- 16:40-17:10.Jonathan Conejeros, Universidad de Santiago de Chile.
  El Problema de Burnside para 2-grupos de homeomorfismos de la esfera.

Sábado 4 de Noviembre

- 11:10-11:55. Sebastián Donoso, Universidad de OHiggins, Chile.
  Automorphism groups in symbolic dynamics.
- 11:55-12:40. Nicolas Bédaride, Université Aix Marseille, Francia.
  Substitutions, automorphisms of the free group and measures.

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile

Projective subdynamics of SFTs over virtually-$\mathbb{Z}$ groups

Álvaro Bustos Gajardo *

Abstract

Projective subdynamics allow the study of a subshift over a group G via other subshifts defined on subgroups $H \leq G$. In the present case, we are concerned with subshifts defined over virtually-$\mathbb{Z}$ groups, which have a "large" subgroup isomorphic to $\mathbb{Z}$. The close relation of the group with its cyclic subgroup imposes a strong restriction over the kind of subshifts that can appear as projective subdynamics; moreso, combinatorial restrictions are now readily apparent.

In this work, we give a partial classification of the projective subdynamics of shifts of finite type (SFTs) over virtually-$\mathbb{Z}$ groups, on the same vein as the classification given for $\mathbb{Z}^k$-SFTs shown in [1]. In particular, we discuss the "space restrictions" that arise in the realization of zero entropy $\mathbb{Z}$-sofics. We also show an additional application of the tools developed to study the maximal entropy case, in which the entropy of the G-subshift equals that of its projective subdynamics. The result obtained is an analogue of the ones from [2], regarding the type of subshifts that can reach this bound.

Work done under the supervision of:
Michael Schraudner[1], CMM-DIM, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

References

[1] Ronnie Pavlov and Michael Schraudner, *Classification of sofic projective subdynamics of multidimensional shifts of finite type.* Trans. Amer. Math. Soc. **367** (2015), 3371-3421.

[2] Aimee Johnson, Steve Kass and Kathleen Madden. *Projectional entropy in higher dimensional shifts of finite type.* Complex Systems **17** (2007), 243-257.

[3] Douglas Lind and Brian Marcus. *An introduction to symbolic dynamics and coding.* Cambridge University Press, 1995.

[4] Tullio Ceccherini-Silberstein and Michel Coornaert. *Cellular Automata and Groups.* Springer Science & Business Media, 2010.

*Departamento de Ingeniera Matemtica, FCFM, Universidad de Chile. e-mail: `abustos@dim.uchile.cl`
[1]e-mail: `mschraudner@dim.uchile.cl`

Substitutions, automorphisms of the free group and measures.

N. Bédaride *

Abstract

In symbolic dynamics, it is classical to look at the set of ergodic measures supported by a subshift. A substitution is a morphism of the free monoid generated by a finite set. They define an important class of subshifts, where the set of ergodic measures is well understood. In this talk I will present a combinatorial tool introduced here to analyze, for a large class of automorphisms $\phi \in \mathrm{Out}(F_N)$, the set of attracting fixed points of the ϕ-action on $\mathrm{Curr}(F_N)$. This machinery also allows us to find new proofs of results concerning the number of ergodic measures supported by a S-adic system. This is a joint work with Arnaud Hilion and Martin Lustig.

References

[1] N. Bédaride, A. Hilion and M. Lustig. Invariant measures for train track towers. Arxiv 1503.08000

*I2M UMR 7373, Université Aix Marseille, e-mail: nicolas.bedaride@univ-.amu.fr

LXXXVI Encuentro Anual Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile

Aperiodic $\mathbb{F}_k$-Wang tilings with minimal alphabet size

Hugo Maturana Cornejo *

Abstract

Motivated by the work of E.Jeandel and M.Rao [JR15], where the authors established the minimal amount of Wang tiles that produce a nonempty aperiodic $\mathbb{Z}^2$-Wang tiling, and the article of S.Piantadosi [SP08], where he develops symbolic dynamics on $\mathbb{F}_k$, giving conditions so that a $\mathbb{F}_k$-SFT has one periodic configuration. Our objective is to determine the minimal amount of Wang tiles needed to generate a nonempty aperiodic $\mathbb{F}_k$-Wang tiling, with $k \geq 2$, in addition to obtaining every example with those characteristics and to determine the increasse of the amount of Wang tiles with regard to the increase of k in $\mathbb{F}_k$.

Trabajo realizado en conjunto con:
Michael Schraudner[1], CMM-DIM, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

References

[Ber66] Berger, R. *The undecidability of the domino problem.* American Mathematical Soc, 1966.

[CK96] Culik, K. An aperiodic set of 13 Wang tiles. *Discrete Mathematics, 160(1-3), 245-251.*

[JR15] Jeandel Emmanuel and Rao Michael. An aperiodic set of 11 Wang tiles. *arXiv:1506.06492.*

[KA96] Culik, K. A small aperiodic set of Wang tiles. *Discrete Mathematics, 160(1-3), 259-264, 1966.*

[SP08] Piantadosi, S. T. *Symbolic dynamics on free groups.* Discrete and Continuous Dynamical Systems, 20(3), 725.

*Departamento de ingeniería matemática, Universidad de Chile, e-mail: `hmaturana@dim.uchile.cl`
[1]e-mail: `mschraudner@dim.uchile.cl`

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemtica de Chile

EL PROBLEMA DE BURNSIDE PARA 2-GRUPOS DE HOMEOMORFISMOS DE LA ESFERA

Jonathan Conejeros *

Abstract

Diremos que un grupo G es *finitamente generado* si existe un subconjunto finito $\mathcal{G}$ de G tal que todo elemento de G se escribe como un producto de elementos de $\mathcal{G}$. Diremos que G es *periódico* si todo elemento de G es de orden finito, esto es para todo $g \in G$ existe un número entero $n = n(g) \geq 1$ tal que $g^n = id$ (id denota el elemento neutro del grupo). El siguiente problema en teoría de grupos fue propuesto por W. Burnside en 1902 (ver [1]).

Problema de Burnside. *Sea G un grupo finitamente generado y periódico. ¿El grupo G es necesariamente finito?*

Es obvio que un grupo finitamente generado, periódico y abeliano es finito. En 1911, I. Schur (ver [8]) probó que esta conjectura es verdad para grupos lineales, subgrupos del grupo lineal sobre los números complejos. Pero E. S. Golod (ver [3]) demostró que la respuesta al problema de Burnside es negativa en general. Después, otros autores exhibieron muchos ejemplos de grupos finitamente generados, periódicos e infinitos cuyo exponente es acotado, esto quiere decir que el grupo no tiene elementos con order muy grande.
Para *grupos no lineales* como el grupo de homeomorfismos, grupo de difeomorfismos se conjetura que tiene varias propiedades en común con el grupo lineal (ver [2] sobre el "Zimmer program"). Por ejemplo, la siguiente pregunta fue atribuida a É. Ghys y B. Farb en [2]:

Problema de Burnside para grupos de homeomorfismos. *Sea M una variedad connexa, compacta y G un subgrupo del grupo de homeomorfismos de M que sea finitamente generado y periódico. ¿El grupo G es necesariamente finito?*

En el caso del círculo, esta pregunta tiene una respuesta positiva. En efecto, un homeomorfismo no trivial de orden finito del círculo no tiene puntos fijos, por consecuencia la acción de un grupo periódico sobre el círculo es libre. Además, un teorema de Hölder establece que un grupo que actúa libremente sobre el círculo es necesariamente abeliano (ver sección 2.2.4 de [7]). Concluimos que si el grupo es finitamente generado y periódico entonces este es finito. Observemos que en el círculo, la hipótesis finitamente generado es crucial: por ejemplo el grupo de todas las rotaciones racionales del círculo es periódico e infinito.

*Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación, Universidad de Santiago de Chile , e-mail: jonathan@ime.usp.br

Sin embargo, el problema de Burnside para grupos de homeomorfismos (o difeomorfismos) de una superficie (variedad de dimensión 2) compacta está aún sin resolver. Algunos avances para responder al problema de Burnside para grupos de homeomorfismos (para el caso de superficies) fueron demostrados por N. Guelman e I. Liousse (ver [4] y [5]) y muy recientemente por S. Hurtado (ver [6]). Ellos probaron que en algunos casos especificos tales grupos (de difeomorfismos) son necesariamente finitos, pero actualmente no se conocen contraejemplos al problema de Burnside para grupos de homeomorfismos de superficie.

Como consecuencia de los trabajos de N. Guelman e I. Liousse sabemos que si la superficie tiene genero mayor o igual que 2 entonces el grupo deve ser finito. De aqui las superficies compactas interesantes para estudiar el problema de Burnside para grupos de homeomorfismos son la esfera $\mathbb{S}^2 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1\}$ y el toro $\mathbb{T}^2 := \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$. Además N. Guelman e I. Liousse mostraron que el grupo también es finito en algunos casos particulares sobre estas superficies. Por ejemplo ellas demostraron el siguiente resultado.

Teorema 1 (N. Guelman e I. Liousse, [5])**.** *Sea G un 2-grupo de difeomorfismos de $\mathbb{S}^2$ que es finitamente generado. Asumamos que el grupo G tiene exponente acotado. Entonces G es finito.*

Uno de los objetivos de esta charla es explicar (usando algunos resultados de [4]) como el resultado anterior puede ser extendido para 2-grupos de homeomorfismos de $\mathbb{S}^2$, esto es todo elemento del grupo tiene orden igual a una potencia de 2. Más especificamente nosotros demostraremos el teorema siguiente.

Teorema 2. *Sea G un 2-grupo de homeomorfismos de $\mathbb{S}^2$ que es finitamente generado. Asumamos que el grupo G tiene exponente acotado. Entonces G es finito.*

References

[1] W. Burnside. On unsettled question in the theory of discontinuous groups. Quart. J. Math. 33 (1902), 230-238.

[2] D. Fisher. Groups acting on manifolds: around the Zimmer program. (e-print arXiv:0809.4849) (2008).

[3] E. S. Golod. On nil algebras and finitely residual groups. Izv. Akad. Nauk. SSSR. Ser. Mat. 1975, (1964), 273-276.

[4] N. Guelman y I. Liousse. Burnside problem for measure preserving groups and for 2-groups of toral homeomorphisms. Geometriae Dedicata 168 (2014), no. 1, 387-396.

[5] N. Guelman y I. Liousse. Burnside problem for groups of homeomorphisms of compact surfaces. Bull. Braz. Math. Soc. 48 (2017), no. 3, 389-397.

[6] S. Hurtado. The Burside problem for $\mathrm{Diff}_{vol}(\mathbb{S}^2)$. (e-print arXiv:1607.04603) (2016).

[7] A. Navas. Groups of circle diffeomorphisms. Chicago lectures in mathematic series (2011).

[8] I. Schur. Über Gruppen linearer Substitutionen mit Koeffizienten aus einem algebraischen Zahlkorper. [German] Math. Ann. 71 (1911), no. 3, 355-367.

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile

Rigidez y geometricidad de acciones de grupos de superficies sobre el círculo

Maxime Wolff *

Abstract

Consideramos representaciones desde un grupo de superficie cerrada a $\mathrm{Homeo}^+(S^1)$. Kathryn Mann ha probado que las representaciones geometricas (ie, que levantan una representación fiel y discreta en $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{R})$) son rigidas (ie, todas sus deformaciones son semi-conjugadas). Junto con ella, probamos la reciproca: todas las representaciones rigidas son geometricas.

*Université de Paris VI, Francia, y Universidad de la República, Uruguay, e-mail: `maxime.wolff@imj-prg.fr`

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile

Elementos reversibles en Transformaciones de Intercambio de Intervalos.

Nancy Guelman *

Abstract

Un elemento de un grupo es **reversible** si es conjugado a su inverso. Si la conjugación es una involución el elemento se dice **fuertemente reversible**. Analizaremos cuales son los elementos fuertemente reversibles en un grupo de transformaciones de intercambio de intervalos.

References

[1] A. OFarrel, I. Short. Reversibility on Dynamics and Group Theory , LMS Lecture Notes Serie 416. Cambridge University Press. 2015

*IMERL, Universidad de la República, Uruguay e-mail: nguelman@fing.edu.uy

LXXXVI Encuentro Anual. Talca 2017
Sociedad de Matemática de Chile

Automorphism groups in symbolic dynamics

Sebastián Donoso *

Abstract

A subshift X is a closed subset of $\mathcal{A}^{\mathbb{Z}}$ where $\mathcal{A}$ is a finite alphabet (colors) and invariant under the shift action $\sigma\colon \mathcal{A}^{\mathbb{Z}} \to \mathcal{A}^{\mathbb{Z}}$ $(x_i)_{i\in\mathbb{Z}} \mapsto (x_{i+1})_{i\in\mathbb{Z}}$. The automorphism group $\mathrm{Aut}(\mathrm{X}, \sigma)$ is the group of all homeomorphisms from X to itself that commute with σ. That is, $\mathrm{Aut}(\mathrm{X}, \sigma)$ is the group of self conjugacies of (X, σ). Its study is a classical topic in symbolic dynamics but has regained a lot of attention in recent years, specially in the zero entropy case. In this talk I will survey some recent advances in the field and present many open questions.

References

[1] M. Boyle, D. Lind, D. Rudolph. The automorphism group of a shift of finite type, *Trans. Amer. Math. Soc.* **306** (1988), 71–114.

[2] V. Cyr, B. Kra. The automorphism group of a shift of subquadratic growth, to appear in *Proc. Amer. Math. Soc.*, `arXiv:1403.0238`.

[3] V. Cyr, B. Kra. The automorphism group of a shift of linear growth, *Forum of Mathematics, Sigma* **3** (2015), e5.

[4] V. Cyr, B. Kra. The automorphism group of a minimal shift of stretched exponential growth. *J. Mod. Dyn.***10** (2016), 483–495.

[5] S. Donoso, F. Durand, A. Maass and S. Petite. On automorphism groups of low complexity subshifts. *Ergodic Theory Dynam. Systems* **36** (2016), no. 1, 64–95.

[6] S. Donoso, F. Durand, A. Maass and S. Petite. On automorphism groups of Toeplitz subshifts, *Discrete analysis* 2017:11, 19 pp.

[7] M. Hochman. On the automorphism group of multidimensional SFTs. *Ergodic Theory Dynam. Systems* **30** (2010), 809–840.

*Instituto de Ciencias de la Ingeniería, Universidad de O'Higgins , e-mail: `sebastian.donoso@uoh.cl`